

TRENTO, A.A. 2021/22  
CORSO DI TEORIA DEI GRUPPI  
FOGLIO DI ESERCIZI # 13

**Avvertenza:** alcuni esercizi potrebbero riferirsi a materiale non ancora trattato a lezione.

*Esercizio 13.1.*

- (1) Si definiscano i concetti di
  - (a) gruppo di permutazioni  $k$ -transitivo,
  - (b) partizione  $G$ -invariante,
  - (c) gruppo di permutazioni primitivo.
- (2) Si dica cos'è un blocco, e come i blocchi caratterizzano le partizioni  $G$ -invarianti.
- (3) Si mostri che un gruppo 2-transitivo è primitivo.

*Esercizio 13.2.* Sia  $K$  un gruppo, e  $A \leq \text{Aut}(K)$ .

Si mostri che

- (1) se  $A$  è transitivo su  $K \setminus \{1\}$ , allora  $K$  è un  $p$ -gruppo elementare abeliano per qualche primo  $p$ ;
- (2) se  $A$  è 2-transitivo su  $K \setminus \{1\}$ , allora
  - (a) o  $K$  è un 2-gruppo elementare abeliano,
  - (b) o  $|K| = 3$ ;
- (3) se  $A$  è 3-transitivo su  $K \setminus \{1\}$ , allora  $|K| = 4$ ;
- (4)  $A$  non può essere 4-transitivo su  $K \setminus \{1\}$ .

*Esercizio 13.3.* Si mostri che  $A_n$  è semplice, per  $n \geq 6$ .