

TRENTO, A.A. 2020/21
CORSO DI TEORIA DEI GRUPPI
FOGLIO DI ESERCIZI # 12

Esercizio 12.1. Sia G un gruppo di ordine 30.

- (1) Si mostri che G è prodotto semidiretto di un gruppo ciclico di ordine 15 per un gruppo di ordine 2.
- (2) (Facoltativo) Si mostri che per G ci sono a meno di isomorfismi 4 possibilità.

(SUGGERIMENTO: Se il gruppo di ordine 2 è $\langle a \rangle$, e il gruppo di ordine 15 è $Q = TC$ quello di ordine 15, ove $|C| = 5$ e $|T| = 3$, si tratta di trovare un morfismo $\varphi : \langle a \rangle \rightarrow \text{Aut}(Q)$. Ora sotto φ l'elemento a deve andare in un elemento α di ordine che divide 2. Se $\alpha = 1$, otteniamo il prodotto diretto. Altrimenti α può essere l'inversione su tutto Q , oppure l'inversione su T e l'identità su C , o viceversa.)

Esercizio 12.2. Si mostri che un gruppo semplice di ordine 60 è isomorfo ad A_5 .

(SUGGERIMENTO: A lezione abbiamo visto tutto tranne l'ultimo argomento, che facciamo nella lezione successiva.)